

УДК 514.18(0.75.8)

## **ТЕМА «КОНИЧЕСКИЕ СЕЧЕНИЯ» В МЕТОДИКЕ ПРЕПОДАВАНИЯ ГРАФИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН**

**З.Н. Уласевич**, канд. техн. наук, доцент,

**В.П. Уласевич**, канд. техн. наук, профессор

*Брестский государственный технический университет,  
г. Брест, Республика Беларусь*

Ключевые слова: начертательная геометрия, конические сечения, уравнения кривых второго порядка, эллипс, парабола, гипербола, моделирование 3D-поверхностей, аналитическая геометрия, графические образы.

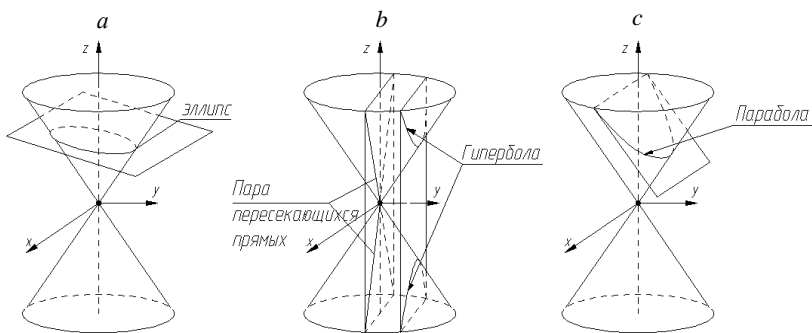
Аннотация. Показана актуальность интегрированного подхода к изложению темы «Конические сечения» не только в курсах «Начертательная геометрия» и «Инженерная графика», но и в тесно связанном с ними курсе «Аналитическая геометрия», так как приобретенные студентами при таком подходе знания важны при изучении конструкторских дисциплин и формировании осознанного взгляда на алгоритмы компьютерного моделирования конструкторских систем.

В основу преподавания графических дисциплин в технических вузах положена дисциплина «Начертательная геометрия» и тесно связанная с ней «Инженерная графика». Заметим, что аналогов и предшественников в вузе они не имеют, а поэтому при изложении ее разделов приходится делать упор на знания, полученные студентами в школе по дисциплинам «Алгебра», «Элементарная геометрия», «Черчение». А между тем указанные школьные дисциплины имеют между собой с исторических времен теснейшую взаимосвязь. В алгебраических терминах эта взаимосвязь подтверждается при анализе общего алгебраического уравнения второго порядка, изучаемого студентами в курсе «Аналитическая геометрия», вида

$$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0, \quad (1)$$

где не все коэффициенты  $A$ ,  $B$  и  $C$  равны нулю.

С другой стороны, описываемые уравнением (1) графические образы в курсе «Начертательная геометрия» могут быть получены как плоские кривые, являющиеся сечением прямого кругового конуса плоскостью, не проходящей через его вершину, и представляющие собой геометрическое место точек, удовлетворяющих уравнению второго порядка (см. рисунок):



Три основных типа кривых при пересечении конуса плоскостью:  
*a* – эллипс; *b* – гипербола; *c* – парабола

Графический образ кривой, описываемый уравнением (1), содержащий член  $Cxy$ , свидетельствует о необходимости его преобразования путем поворота относительно выбранной системы координат. Учитывая сказанное, связь уравнений конических сечений, получаемых при пересечении конуса плоскостью, с уравнением (1) рассмотрим при  $C = 0$ . Тогда получим

$$Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0. \quad (2)$$

В этом случае соответствие между кривыми второго порядка, получаемыми из уравнения (2) при различных значениях его коэффициентов, и кривыми, получаемыми при пересечении конуса плоскостью (см. рисунок), может быть определено следующим образом:

- если коэффициенты  $A$  и  $B$  не равны ( $A \neq B$ ), но имеют одинаковые знаки, то уравнение описывает эллипс;
- если коэффициенты  $A$  и  $B$  равны ( $A = B$ ), то уравнение описывает окружность;
- если коэффициенты  $A$  и  $B$  не равны ( $A \neq B$ ) и имеют разные знаки, то уравнение описывает гиперболу;
- если один из коэффициентов  $A$  или  $B$  равен нулю ( $A = 0$  или  $B = 0$ ), т.е. отсутствует слагаемое, содержащее квадрат переменной  $x$  или  $y$ , то такое уравнение описывает параболу.

Заметим, что кривые, заданные уравнением (2), имеют смещенные оси симметрии, а следовательно, и центр симметрии или координаты вершин.

Согласно [1–3] начертательная геометрия изучает формы, свойства геометрических образов (ГО) и отображения одного ГО в другой. За преобразованиями ГО конических сечений в виде сжатия, движения, перемещения, имеющими место на практике, подтвержденными взаимоувязанными с ними преобразованиями уравнения аналитической геометрии (1), легко увидеть применение таких преобразований в технологической и конструкторской подготовке инженера. Это указывает на то, что начертательная геометрия достойно занимает отведенную ей роль и место в общетеоретической подготовке инженера.

Основопологающей в этой взаимоувязанной системе геометрий является проективная геометрия, которая определяет научные направления графо-геометрических дисциплин, где рассматриваются не только вопросы о классификации и свойствах ГО, но и в целом суть геометрии как научной дисциплины. При этом начертательная геометрия, являясь своеобразной главой проективной геометрии со своими характерными отличительными особенностями, формирует, безусловно, некоторую связь между геометрией Евклида, геометрией Лобачевского и аналитической геометрией.

Поскольку геометрия как наука имеет свою историю и место, целесообразно проанализировать и сформулировать системный подход в управлении методикой обучения начертательной геометрии в целях обеспечения качества обучения графическим дисциплинам. Важно при этом не терять, а развивать в нужном направлении связь между геометрией Евклида и основными разделами начертательной геометрии с учетом дальнейшего обучения графическим дисциплинам для каждой конкретной технической специальности.

Определяя основные направления рассматриваемых вопросов, хотелось бы, с одной стороны, выделять проблему какого-либо направления евклидовой и проективной геометрии, не утратив значимость конкретных разделов начертательной геометрии [1–3], а с другой – разрабатывать обобщенные подходы и методики, преподавать студентам разделы начертательной геометрии, не теряя связи от простого к сложному, от известного к постигаемому неизвестному.

Здесь уместно обратить внимание на еще одно направление в использовании кривых второго порядка конических сечений – разработку методов построения алгоритмов компьютерной параметризации для построения геометрических образов 3D-моделей при решении задач так называемой конструктивной геометрии [4]. В этой связи возникает необходимость и потребность включения таких методов в учебный процесс геометрической подготовки студентов.

В таблице показаны некоторые характерные особенности ГО конических сечений в начертательной геометрии и их математическая связь с уравнениями аналитической геометрии:

Математическое представление конических сечений

№ п/п	Название конического сечения в начертательной геометрии	Кривые второго порядка в аналитической геометрии	
		Общее алгебраическое уравнение второго порядка	Канонические уравнения конических сечений
1	Окружность	$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0,$ где $A, B, C, D, E$ – заданные пять точек, не лежащих на одной прямой, как управляемые параметры;	$\frac{x^2}{r^2} + \frac{y^2}{r^2} = 1,$ где $r$ – радиус окружности
2	Эллипс	$F_{1,2,\dots,n}$ – искомые точки, определяемые путем решения данного уравнения, принадлежащие искомому сечению	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$ где $a$ и $b$ – большая и малая полуоси эллипса
3	Гипербола		$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1,$ где $a$ и $b$ – действительная и мнимая полуоси гиперболы
4	Парабола		$y^2 = 2p \cdot x,$ где $p$ – параметр, определяющий положение параболы в системе координат

Анализируя все отмеченное выше, можно заключить, что раздел начертательной геометрии «Конические сечения» имеет право на свое глубокое изучение в увязке с соответствующими разделами аналитической геометрии, так как такой подход внутри себя не только не содержит противоречий, но будет способствовать более осознанному изучению вышеназванных дисциплин в зависимости от поставленных целей.

Начертательная геометрия будет по-прежнему иметь свою практическую ценность, если ее методики будут совершенствоваться, впитывая в себя в необходимой мере через контакты с проективной геометрией те познания, которые будут способствовать освоению современных компьютерных технологий, с использованием аппарата математического моделирования объектов строительства и машиностроения. И тогда начертательная геометрия, оставаясь общетеоретической дисциплиной, будет незаменима в ансамбле всей сложной профессиональной подготовки инженера как ее базовая составляющая в области графической подготовки инженера.

Таким образом, с точки зрения оценки достаточности графической подготовки студента, курс «Начертательная геометрия» является одной из основных дисциплин, обеспечивающих изучение проблем геометрического и графического моделирования конкретных инженерных задач. А способы их математического обеспечения с использованием законов алгебры и матричного аппарата изучает аналитическая геометрия.

В этой подготовке студента важная роль должна быть отведена теме начертательной геометрии «Конические сечения», которая позволяет показать взаимосвязь начертательной и аналитической геометрии, указать их место в проективной геометрии, а также будет способствовать более осознанному изучению курса «Инженерная графика».

### **Список литературы**

1. Фролов, С. А. Начертательная геометрия / С. А. Фролов. – Москва : Машиностроение, 1983. – 240 с.

2. Уласевич, З. Н. Начертательная геометрия / З. Н. Уласевич, В. П. Уласевич, О. А. Якубовская. – Минск : Беларус. энцыкл. імя П. Броўкі, 2009. – 197 с.
3. Уласевич, З. Н. Инженерная графика. Практикум : учеб. пособие / З. Н. Уласевич, В. П. Уласевич, Д. В. Омесь. – Минск : Вышэйшая школа, 2015. – 207 с.
4. Хейфец, А. Л. Алгоритмы моделирования коник в пакете AutoCAD / А. Л. Хейфец // Совершенствование подготовки учащихся и студентов в области графики, конструирования и стандартизации : межвуз. науч.-метод. сб. – Саратов : СГТУ, 2013. – С. 34–39.